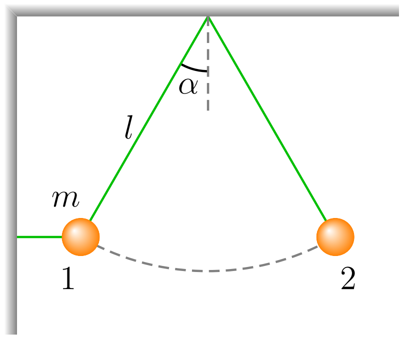
Fysiikan valintakoetehtävät

F1 Kuvan tilanteessa 1 m-massainen pallo lepää kattoon ja seinään kiinnitettyjen lankojen varassa. Kattoon kiinnitetyn langan pituus on l ja se on kulmassa α pystysuoraan nähden. Seinään kiinnitetty lanka on vaakasuorassa. Kun seinään kiinnitetty lanka katkaistaan, pallo alkaa heilahdella kattoon kiinnitetyn langan varassa. Oletetaan, että heilahtelu on häviötöntä ja että langan massa on mitätön. Tilanteessa 2 pallo on heilahduksen ääriasennossa. Anna vastaukset suureiden m, l, α ja putoamiskiihtyvyyden g avulla.



a) Mikä on kattoon kiinnitettyä lankaa jännittävä voima tilanteessa 1? [2p]

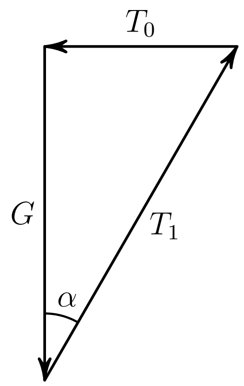
b) Mikä on kattoon kiinnitettyä lankaa jännittävä voima tilanteessa 2? [2p]

c) Mikä on pallon suurin vauhti tilanteiden 1 ja 2 välillä? [3p]

d) Mikä on suurin lankaa jännittävä voima tilanteiden 1 ja 2 välillä? [3p]

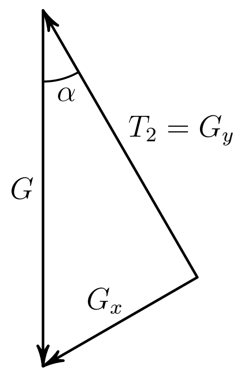
Ratkaisu:

a) Tilanteessa 1 pallo lepää köysien varassa ja palloon vaikuttavien voimavektorien summa on nolla. Voimat ovat paino $G = mg$, kattoon kiinnitetyn langan jännitysvoima T_1 ja seinään kiinnitetyn langan jännitysvoima T_0. Koska voimat G ja T_0 ovat kohtisuorassa toisiaan vasten, voimavektorit muodostavat suorakulmaisen kolmion (kuva), josta saadaan



$$\frac{G}{T_1} = \cos\alpha \Rightarrow T_1 = \frac{mg}{\cos\alpha}.$$

b) Tilanteessa 2 palloon vaikuttavat voimat ovat paino G ja kattoon kiinnitetyn langan jännitysvoima T_2. Voimien vektorisumma on nolla vain kattoon kiinnitetyn langan suunnassa. Vapaakappalekuvassa paino on jaettu langan suuntaiseen komponenttiin $G_y = T_2$ ja sitä vastaan kohtisuoraan komponenttiin G_x. Voimien muodostamasta suorakulmaisesta kolmiosta saadaan



$$\frac{T_2}{G} = \cos\alpha \Rightarrow T_2 = mg\cos\alpha.$$

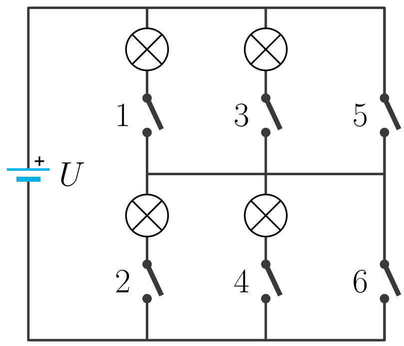
c) Alussa pallolla on vain potentiaalienergiaa. Koska heilahtelu on häviötöntä, potentiaalienergian ja liike-energian summa on alkuperäisen potentiaalienergian suuruinen. Heilahduksen alimmassa pisteessä potentiaalienergia on pienimmillään ja liike-energia ja vauhti suurimmillaan. Alimpaan pisteeseen tultaessa korkeus on vähentynyt määrällä $h = l(1 - \cos\alpha)$. Energiaperiaatteen nojalla

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = mgl(1 - \cos\alpha) \Leftrightarrow v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}.$$

d) Heilahduksen alimmassa pisteessä palloon kohdistuva normaalivoima on suurimmillaan Lisäksi se on ainoa piste, jossa pallon paino kohdistuu kokonaan lankaan. Lanka vetää palloa ylöspäin ja paino alaspäin. Näiden voimien erotus antaa pallolle normaalikiihtyvyyden

$$T_{\text{max}} - mg = ma_{\text{n}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{l} \Leftrightarrow T_{\text{max}} = (3 - 2\cos\alpha)mg.$$

F2 Oheisessa sähkökytkennässä on jännitelähde, neljä lamppua ja kuusi kytkintä. Lamppuun viitataan samalla numerolla kuin sitä lähimpänä olevaan kytkimeen. Jännitelähteen jännite $U = 12$ V. Kunkin lampun ominaisteho 12 V:n jännitteellä on 24 W. Oletetaan, että lampun resistanssi ei riipu virrasta. Kokonaisteholla tarkoitetaan kaikkien palavien lamppujen yhdessä kuluttamaa tehoa. Anna numeeriset vastaukset kokonais- tai murtolukujen avulla.



a) Mikä on lampun resistanssi? [2p]

b) Mikä on kokonaisteho, kun kytkimet 1, 2 ja 3 suljetaan? [2p]

c) Mikä on lampun 1 teho b-kohdan kytkennässä? [2p]

d) Mikä on lampun 2 teho b-kohdan kytkennässä? [2p]

e) Miten saadaan aikaan suurin kokonaisteho? [2p]?

Ratkaisu:

a) Vastuksessa kuluva teho voidaan lausua muodossa

$$P = \frac{U^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{(12\ \text{V})^2}{24\ \text{W}} = 6\ \Omega.$$

b) Lamput 1 ja 3 ovat rinnan ja lamppu 2 on niiden kanssa sarjassa. Kokonaisresistanssi

$$R_{\text{kok}} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)^{-1} + R = \frac{3}{2}R = 9\ \Omega.$$

Kokonaisteho

$$P_{\text{kok}} = \frac{U^2}{R_{\text{kok}}} = \frac{(12\ \text{V})^2}{9\ \Omega} = 16\ \text{W}.$$

c) Kokonaisvirta

$$I_{\text{kok}} = \frac{U}{R_{\text{kok}}} = \frac{12\ \text{V}}{9\ \Omega} = \frac{4}{3}\ \text{A}.$$

Lampun 1 läpi kulkee virta $I_1 = I_{\text{kok}}/2$. Lampun 1 teho

$$P_1 = I_1^2 R = \left(\frac{2}{3}\ \text{A}\right)^2 \cdot 6\ \Omega = \frac{8}{3}\ \text{W}$$

d) Lampun 2 läpi kulkee virta $I_2 = I_{\text{kok}}$. Lampun 2 teho

$$P_2 = I_2^2 R = \left(\frac{4}{3}\ \text{A}\right)^2 \cdot 6\ \Omega = \frac{32}{3}\ \text{W}$$

e) Suurin teho saadaan aikaan pienimmällä kokonaisresistanssilla, joka saadaan aikaan sulkemalla kytkimet (1, 3, 6) tai kytkimet (2, 4, 5). Tällöin kokonaisteho on 48 W.

F3 Hiilen isotooppi ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ hajoaa spontaanisti emittoimalla elektronin. Reaktiotuotteena saadaan joku alkuaineista Be, B, C, N tai O (järjestysluku kasvaa oikealle).

a) Kuinka monta protonia ja kuinka monta neutronia on ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$-ytimessä? [2p]

b) Kirjoita ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$:n hajoamisyhtälö. [2p]

c) Miten lasketaan aktiivisuus, jos radioaktiivisten ydinten lukumäärä ja puoliintumisaika tunnetaan? [2p]

d) Jos radioaktiivisia ytimiä on alkuhetkellä 512 kpl, kuinka paljon niitä on kolmen puoliintumisajan kuluttua? [2p]

e) Kuinka pitkän ajan kuluttua alkuhetkellä olleista ytimistä on jäljellä osuus $1/\sqrt{8}$? Anna vastaus puoliintumisaikoina. [2p]

Ratkaisu:

a) Ytimessä on 6 protonia ja $14 - 6 = 8$ neutronia.

b) Kun elektroni poistuu ytimestä, yksi neutroni muuttuu protoniksi (kokonaisvaraus säilyy). Järjestysluku kasvaa yhdellä, mutta massaluku pysyy samana (baryonien lukumäärä säilyy). Koska syntyy elektroni, joka on leptoni, syntyy myös elektronin antineutriino, joka on antileptoni (leptonien lukumäärä säilyy).

$$ {}^{14}_{6}\mathrm{C} \to {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} + \bar{\nu}_e $$

c) Aktiivisuus A saadaan kertomalla ydinten lukumäärä N hajoamisvakiolla λ. Hajoamisvakio saadaan jakamalla $\ln 2$ puoliintumisajalla $T_{1/2}$

$$ A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N. $$

d) Puoliintumisajassa jäljellä olevien ytimien lukumäärä puolittuu. Kolmen puoliintumisajan kuluttua ytimiä on jäljellä määrä

$$ N = 512 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 64. $$

e) Jäljellä olevien ytimien lukumäärä saadaan yhtälöstä

$$ N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = N_0 \left(e^{\ln 2}\right)^{-t/T_{1/2}} = N_0 \cdot 2^{-t/T_{1/2}}. $$

Jos $N = N_0/\sqrt{8}$, saadaan yhtälö

$$ 2^{t/T_{1/2}} = \sqrt{8} = \sqrt{2^3} = 2^{3/2} \Leftrightarrow t = \frac{3}{2} T_{1/2}. $$