

Turun yliopisto

Matematiikan ja tilastotieteen, fysiikan sekä kemian valintakoe

9.6.2021

Pisteytys

Koe sisältää neljä (4) matematiikan, kolme (3) fysiikan ja kolme (3) kemian tehtävää, joista sinun tulee valita neljä (4) tehtävää. Mikäli vastaat useampaan kuin neljään tehtävään, heikoiten suoritettut tehtävät otetaan huomioon kokonaispisteitä laskettaessa.

Kukin tehtävä tehdään omalle konseptiarkille. Kuhunkin konseptiarkkiin kirjoitetaan hakijan nimi. Valintakokeessa ei saa käyttää laskinta eikä taulukkokirjaa.

Matematiikan valintakoetehtävät

M1. (10 p) (a) Anna esimerkki toisen asteen polynomista, jolla on täsmälleen yksi nollakohta.

(b) Anna esimerkki polynomista, jonka derivaatan arvo kohdassa $x = 2$ on 11.

(c) Anna esimerkki polynomista, joka välillä $-1 \leq x \leq 2$ saavuttaa pienimmän arvonsa välin molemmissa päätepisteissä ja joka ei ole vakiofunktio.

(d) Anna esimerkki polynomista, jonka integraali välillä $[-1, 3]$ on 40.

Pisteytys.

(a) Esimerkiksi $p(x) = (x - 1)^2$. Esimerkki 1p, perustelut 1p

(b) Esimerkiksi $p(x) = 2x^2 + 3x$, jolloin $p'(x) = 4x + 3$. Esimerkki 1p, perustelut 1p

(c) Esimerkiksi $p(x) = (x + 1)(x - 2)$, joka on ylöspäin aukeava parabeli, jonka nollakohdat ovat -1 ja 2 . Esimerkki 1p, perustelut 2p

(d) Olkoon esimerkiksi $p(x) = 3x^2 + 3$, tällöin sen (eräs) integraalifunktio on $x^3 + 3x$, Sijoittamalla rajat integraalifunktioon saamme integraalin arvoksi 40. Esimerkki 1p, perustelut 2p.

M2. (10 p) Olkoon $a \in \mathbb{R}$ vakio. Määritellään funktio f asettamalla, että

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{jos } x \leq 1; \\ (x - a)^2 + |a|, & \text{jos } x > 1. \end{cases}$$

Millä vakion a arvoilla funktio f on jatkuva?

Pisteytys.

Laskettu $f(0)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ja $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ [3p]. Muodostettu jatkuvuuden määritelmän avulla yhtälö

$$1^2 - 2a + a^2 + |a| = 2 \quad [2p].$$

Ratkaistu yhtälö tapauksessa $a \geq 0$, saatu ratkaisu $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, hylätty ratkaisu $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ [2p]. Ratkaistu yhtälö tapauksessa $a < 0$, saatu ratkaisu $\frac{3-\sqrt{13}}{2}$, hylätty ratkaisu $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$ [2p]. Annettu vastaus $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ tai $a = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$ [1p].

M3. (10 p) Anna esimerkki tilanteesta, jossa voit soveltaa

(a) moodia, mutta et mediaania,

(b) moodia ja mediaanina, mutta et keskiarvoa,

(c) moodia mediaania ja keskiarvoa.

Pisteytys.

(a) Esimerkki [1p], perustelut [2p]. Kotipihan linnunpönttöjen lintulajit. Moodia antaa sen lintulajin. Lintulajit eivät ole järjestysasteikko.

(a) Esimerkki [1p], perustelut [3p]. Esimerkiksi sotilasarvot, ne muodostavat järjestysasteikon mutta eivät välimatka-asteikkoa.

(a) Esimerkki [1p], perustelut [2p]. Esimerkiksi matematiikan kokeiden arvosanat. Nämä muodostavat välimatka-asteikon.

M4. (10 p) Olkoon $n = 2, 3, 4, \dots$ kokonaisluku. Osoita, että luku

$$n^3 + 6n^2 - 7n + 36$$

on jaollinen luvulla 6.

Pisteytys.

Luku 36 on jaollinen kuudella, joten se ei vaikuta jaollisuuteen [1p]. Tekijöihin jako $n^3 + 6n^2 - 7n = (n - 1)n(n + 7)$ [2p]. Peräkkäisistä luvuista $n - 1$ ja n toinen on parillinen, joten luvussa on tekijänä luku 2 [2p]. Jos toinen luvuista $n - 1$ tai n on jaollinen luvulla 3, niin myös luku 3 on luvun tekijä [1p]. Jos näin ei ole niin silloin varmasti luku $n + 1$ on luvulla 3 [2p]. Tällöin myös luku $n + 7 = (n + 1) + 6$ on jaollinen luvulla 3 [1p]. Koska alkuperäinen luku on jaollinen luvuilla 2 ja 3, niin se on jaollinen luvulla $2 \cdot 3 = 6$ [1p].

Fysiikan tehtävät

F1. (10 p) Tämä tehtävä koostuu viidestä monivalintakysymyksestä. Valitse jokaiseen kysymykseen mielestäsi oikea vastaus. Perusteluja ei tarvitse antaa. Kukin oikea vastaus on 2 p arvoinen ja väärä vastaus 0 p.

F1.1 Aluksi paikoillaan olevassa hississä on vaaka ja vaa'alla 10 kg laatikko. Hissi lähtee liikkeelle ylöspäin aluksi tasaisesti kiihdyttäen ja sitten tasaisella nopeudella liikkuen. Mitä vaaka näyttää?

- (a) Vaaka näyttää koko ajan tasan 10 kg.
- (b) Vaa'an lukema kasvaa tasaisesti kiihdytyksen aikana. Tasaisen liikkeen aikana lukema on yli 10 kg.
- (c) Vaaka näyttää heti hissien lähdettyä liikkeelle yli 10 kg, ja lukema pysyy vakiona hissien liikkuesssa.
- (d) Kiihdytyksen aikana vaaka näyttää yli 10 kg. Tasaisessa liikkeessä vaaka näyttää tasan 10 kg.

F1.2 Kaksi painijaa, Arttu ja Pertti, ovat likimain yhtä painavia. Ottelussa Arttu pääsee voitolle, ja saa työnnettyä Perttiä taaksepäin niin, että painijat alkavat liikkua Pertin selän suuntaan samalla kiihtyvyydellä. Mitä voidaan sanoa painijoiden toisiinsa kohdistamista voimista?

- (a) Arttu ja Pertti kohdistavat toisiinsa yhtä suuret voimat.
- (b) Arttu kohdistaa Perttiin suuremman voiman kuin Pertti Arttuun.
- (c) Pertti kohdistaa Arttuun suuremman voiman kuin Arttu Perttiin.
- (d) Se, kumman tuottama voima on suurempi, riippuu siitä, mihin suuntaan kumpikin työntää.

F1.3 Vuoristoradassa on ympyrän muotoinen silmukka, jonka huipulla matkustajat ovat ylösalaisin. Vaunut kulkevat silmukan ympäri *vakiovauhdilla* niin nopeasti, että matkustajat eivät tunne irtoavansa penkeistään missään vaiheessa. Mihin suuntaan matkustajan kiihtyvyys osoittaa, kun matkustaja on silmukan huipulla pää alaspäin?

- (a) ylöspäin kohti taivasta
- (b) vaakasuoraan vaunun kulkusuuntaan
- (c) alaspäin kohti maata
- (d) kiihtyvyys on nolla

F1.4 Raketti lähtee liikkeelle levosta suihkuttamalla palokaasuja kohti maata, jolloin kaasut vastaavasti työntävät rakettia ylöspäin. Tarkastelemme nyt siis kiihdytyksen alkuhetkiä, jolloin raketin vauhti on vielä pieni mutta kasvaa nopeasti. Polttoaineen palaessa vapautuu kemiallista energiaa, joka muuttuu raketin ja palokaasujen liike-energiaksi. Miten energia jakautuu näiden välillä?

- (a) Raketti saa kaiken polttoaineen energian.
- (b) Raketti ja palokaasut saavat kumpikin puolet polttoaineen energiasta.
- (c) Raketti saa polttoaineen energiasta suuremman osuuden kuin kaasu mutta ei kaikkea.
- (d) Palokaasut saavat polttoaineen energiasta suuremman osuuden kuin raketti mutta ei kaikkea.

F1.5 Kuntoilija yrittää laihduttaa urheilemalla kovasti, koska toivoo näin kuluttavansa rasvavarastojaan. Rasva koostuu pääasiassa hiilestä ja vedystä, ja koska hiiliatomi on paljon vetyä suurempi, rasvan massa on suurimmaksi osaksi hiiliatomien massaa. Mikä on merkittävin mekanismi, jonka vuoksi liikunta johtaa kehoon varastoituneen rasvan massan pienenemiseen?

- (a) Massaa poistuu kehosta hikenä.
- (b) Massaa poistuu kehosta uloshengityksen mukana.
- (c) Massaa poistuu kehosta lämpösäteilynä.
- (d) Kun energiaa kuluu, kehon massa pienenee yhtälön $E = mc^2$ mukaisesti.

Ratkaisu: 1.1 (d). (2 p)

Kun hissi on paikoillaan tai tasaisessa liikkeessä, laatikkoon kohdistuva kokonaisvoima on nolla. Vaaka siis tukee laatikkoa yhtä suurella voimalla kuin millä painovoima vetää sitä alaspäin. Tällöin lukema on tasan 10 kg. Kun hissi kiihdyttää ylöspäin, vaa'an täytyy työntää laatikkoa ylöspäin suuremmalla voimalla ja lukema on yli 10 kg.

1.2 (a) (2 p)

Voiman ja vastavoiman lain mukaisesti kumpikin painija kohdistaa toiseen yhtä suuren mutta vastakkaisuuntaisen voiman. Arttu saa Pertin liikkeelle siksi, että Arttu ponnistaa maata vasten voimakkaammin kuin Pertti.

1.3 (c) (2 p)

Matkustajan nopeus on ennen huippua yläviistoon ja sen jälkeen alaviistoon, joten nopeuden muutoksen suunta on alaspäin. Toinen tapa ajatella: Ympyräradalla tasaisella vauhdilla kuljettaessa kiihtyvyys on kohti ympyrän keskipistettä eli tässä alaspäin.

1.4 (d) (2 p)

Prosessissa polttoaineeseen varastoitua kemiallista energiaa muuttuu raketin ja kaasujen liike-energiaksi ja energia säilyy. Myös kokonaisliikemäärä säilyy, ja koska raketti oli aluksi paikoillaan, pakokaasujen ja raketin täytyy saada yhtä suuret mutta vastakkaiset liikemäärät $m_{\text{raketti}}v_{\text{raketti}} = m_{\text{kaasu}}v_{\text{kaasu}}$. Raketin massa on paljon suurempi kuin pakokaasujen, $m_{\text{raketti}} > m_{\text{kaasu}}$, (kun tarkastellaan lyhyttä aikaväliä), joten kaasut saavat paljon suuremman vauhdin ja myös suuremman energian.

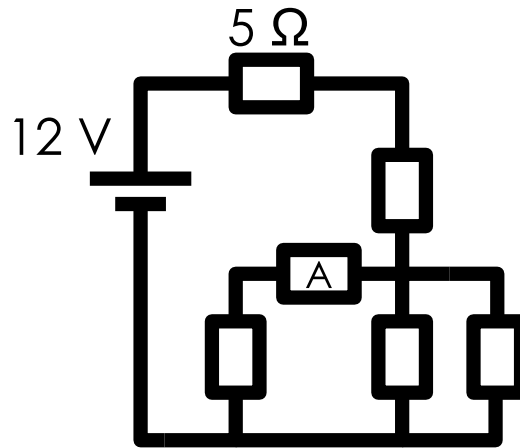
Vrt. luodin ampuminen aseella: Koska luoti on paljon kevyempi kuin ase, lähes kaikki panoksen vapauttama energia muuttuu luodin liike-energiaksi, ei aseeseen. Tämän voi osoittaa myös laskulla:

$$\frac{1}{2}m_{\text{raketti}}v_{\text{raketti}}^2 = \frac{1}{2}m_{\text{raketti}} \left(\frac{m_{\text{kaasu}}}{m_{\text{raketti}}} v_{\text{kaasu}} \right)^2 = \frac{m_{\text{kaasu}}}{m_{\text{raketti}}} \cdot \frac{1}{2}m_{\text{kaasu}}v_{\text{kaasu}}^2 < \frac{1}{2}m_{\text{kaasu}}v_{\text{kaasu}}^2.$$

1.5 (b) (2 p)

Rasvan massa on pääasiassa hiiltä. Keho ei pysty tuhoamaan hiiliatomeja eikä muuttamaan niitä muiksi alkuaineiksi, joten niiden massan täytyy poistua niin, että hiiliatomit kuljetetaan kehosta ulos. Tämä tapahtuu uloshengityksessä, kun hiiltä poistuu hiilidioksidikaasuna.

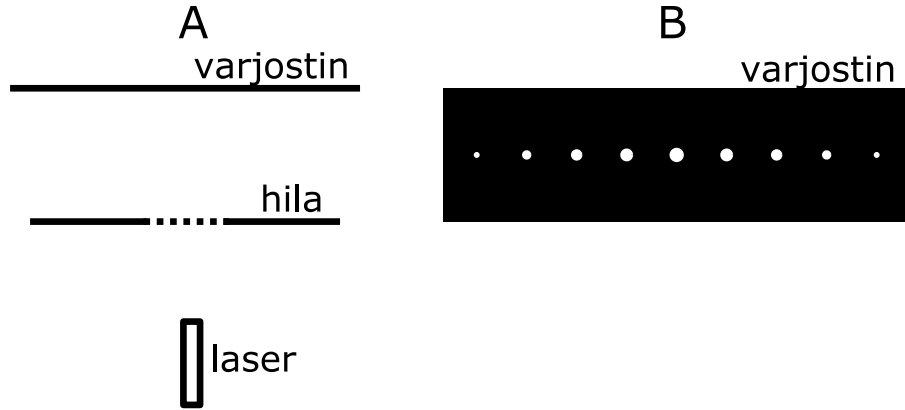
F2. (10 p) Kuvan virtapiirissä on 12 V paristo ja joukko vastuksia, joiden jokaisen resistanssi on 5Ω . Kuinka suuri virta kulkee vastuksen A läpi?



Ratkaisu:

- Vastuksen A kanssa on kytketty sarjaan toinen vastus. Niiden yhteisresistanssi on $5 \Omega + 5 \Omega = 10 \Omega$. (1 p)
- Näiden kanssa on rinnan kaksi muuta vastusta. Yhteisresistanssi on $(1/10 \Omega + 1/5 \Omega + 1/5 \Omega)^{-1} = 2 \Omega$. (1 p)
- Näiden kanssa on sarjassa vielä kaksi muuta vastusta. Kaikkien vastusten yhteinen kokonaisresistanssi on $R_{\text{kokonais}} = 2 \Omega + 5 \Omega + 5 \Omega = 12 \Omega$. (1 p)
- Ohmin lain (1 p) mukaan pariston läpi kulkee virta $i = U/R_{\text{kokonais}} = 1 \text{ A}$. (1 p)
- Kahdessa ylimmässä vastuksessa jännitehäviö on $\Delta V = -Ri = -5 \text{ V}$ eli yhteensä jännite muuttuu niissä -10 V. (1 p)
- Vastuksessa A sekä sen kanssa rinnan kytketyssä vastuksessa jännitehäviö on yhteensä $\Delta V = -12 \text{ V} + 10 \text{ V} = -2 \text{ V}$. (1 p)
- Vastuksessa A jännitteen muutos on tästä puolet, $\Delta V_A = -1 \text{ V}$. (1 p)
- Virta A:n läpi on siis $i_A = -\Delta V_A/R = 0.2 \text{ A}$. (2 p)

F3. (10 p) Teemme optisen kokeen käyttämällä punaista laseria, hilaa ja varjostinta kuten kuvassa A. Kun valo kulkee hilassa olevien kapeiden rakojen läpi, varjostimella nähdään kuvan B kuvio. Kuviossa valkeat pisteet esittävät kohtia, joihin punainen valo varjostimella osuu.



Kuvaile, mitä kuvan B kuviolle tapahtuisi, jos alkuperäistä koejärjestelyä muutettaisiin seuraavilla tavoilla. Riittää kuvailla, mitä havaitaan. Ei tarvitse selittää, miksi näin tapahtuu.

- Varjostinta siirretään kauemmas hilasta (kuvassa A ylöspäin).
- Laseria siirretään kauemmas hilasta (kuvassa A alaspäin).
- Hila korvataan toisella hilalla, jossa rakojen leveys ja niiden välinen etäisyys on puolet siitä mitä alkuperäisessä hilassa. (Ts. raot ovat tiheämmässä.)
- Useita rakoja sisältävä hila korvataan kaksoisraolla, jossa on vain kaksi rakoja. Rakojen leveys ja välimatka ovat samat kuin alkuperäisessä hilassa.
- Punainen laser korvataan vihreällä laserilla.

Ratkaisu: (a) Pisteet siirtyvät kauemmas toisistaan. (2 p)

Syy: valo hajoaa hilassa interferenssin vuoksi eri kulmiin kulkeviksi säteiksi, ja mitä kauempana varjostin on, sitä kauempana toisistaan nämä säteet saapuvat varjostimelle.

(b) Ei mitään. (2 p)

(c) Pisteet siirtyvät kauemmas toisistaan. (2 p)

Syy: valonsäteet taipuvat sitä suurempiin kulmiin, mitä lähempänä toisiaan hilan raot ovat.

(d) Pisteet pysyvät samoilla kohdilla mutta niistä tulee leveämpiä ja sumeampia vaakasuuntaisia viiruja. (2 p)

Syy: Kaksoisrako ja hila sirottavat valon samoihin kulmiin. Eri kulmiin kulkevat valonsäteet ovat kuitenkin sitä tarkemmat, mitä useamman raon interferenssistä on kyse.

(e) Pisteiden väri tietenkin vaihtuu. (0 p) Sen lisäksi pisteet siirtyvät lähemmäs toisiaan. (2 p)

Syy: Interferenssimaksimit havaitaan kulmissa, joiden suuruus riippuu aallonpituuden ja rakojen välisen etäisyyden suhteesta. Vihreän valon aallonpituus on lyhyempi kuin punaisen, joten kulmat pienenevät.

Vaikutus on päinvastainen kuin kohdassa c, jossa rakojen välinen etäisyys pieneni.

Kemian valintakoe kysymykset

9.6.2021

1. Piirrä seuraavien yhdisteiden rakennekaavat ja vastaa kysymyksiin, jotka liittyvät mainittuihin yhdisteisiin.

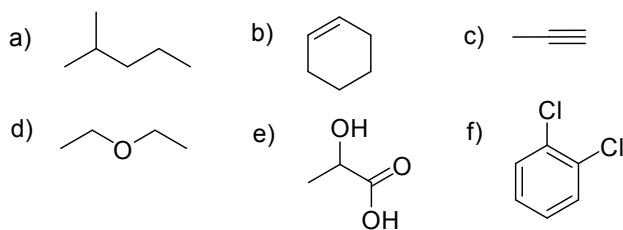
- a) 2-metyylipentaani
- b) syklohekseni
- c) propyyini
- d) dietyylieetteri
- e) 2-hydroksipropanihappo
- f) 1,2-diklooribentseeni

Millä yhdisteellä/yhdisteillä on π -sidoksia?

Millä yhdisteellä/yhdisteillä esiintyy peilikuvaisomeriaa (optista isomeriaa)?

Mikä yhdisteistä on aromaattinen?

Vastaus:



1p jokaisesta oikein piirretystä rakenteesta.

π -sidoksia on yhdisteillä **b**, **c**, **e** ja **f**. (2p)

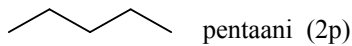
Peilikuvaisomeriaa esiintyy yhdisteellä **e**. (1p)

Yhdiste **f** on aromaattinen. (1p)

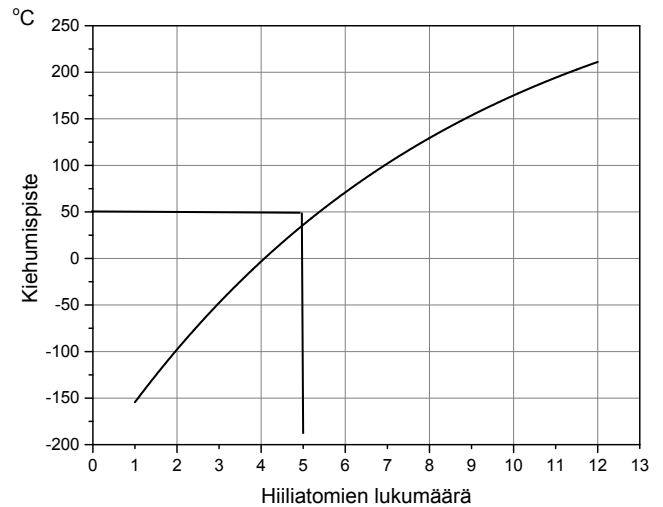
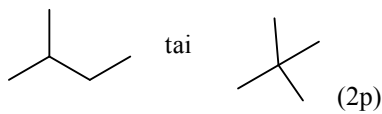
2. a) Alla olevassa kuvaajassa on esitetty, miten suoraketjuisten alkaanien kiehumispiste muuttuu hiiliatomien määrän funktiona. Kuinka monta hiiliatomia on alkaanilla, jonka kiehumispiste on $36\text{ }^{\circ}\text{C}$? Piirrä ja nimeä kyseessä oleva alkaani. Piirrä alkaanille yksi rakenneisomeeri.

Vastaus:

Kyseessä on alkaani, jossa on 5 hiiliatomia. (1p)



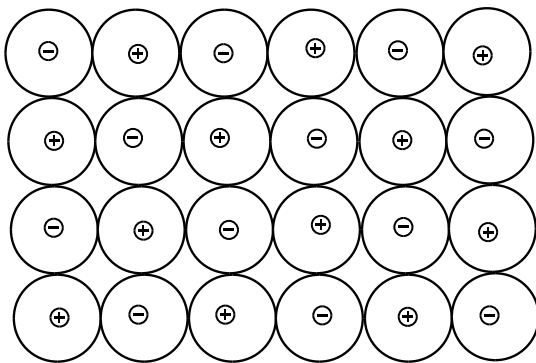
Rakenneisomeeri



b) Kaliumkloridi on kiinteä aine, joka liukenee hyvin veteen (360 g/l lämpötilassa $25\text{ }^{\circ}\text{C}$). Kiinteässä olomuodossa sen rakenne on samalainen natriumkloridin rakenteen kanssa. Mitä tapahtuu kaliumkloridin liuetessa veteen? Esitä kiinteän kaliumkloridin ja veden liuennun kaliumkloridin rakenteet. Esitä myös rakenneosien väliset vuorovaikutukset molemmissa tapauksissa.

Vastaus:

Kiinteän kaliumkloridin ionihilassa kukin kaliumioni sitoutuu useaan kloridi-ioniin ionisidoksilla. Ionien välillä on sähköinen vetovoima.



(2p)

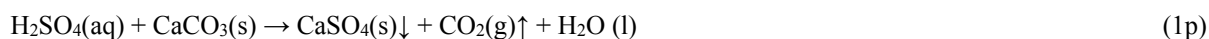
Kalium- ja kloridi-ionit muodostavat vesimolekyylien kanssa ioni-dipolisidoksia. Vesimolekyylien negatiivisesti osittaisvarautuneet happiatomit sitoutuvat kaliumioneihin ja positiivisesti osittaisvarautuneet vetyatomit sitoutuvat kloridi-ioneihin.

3. a) Säiliössä oli 50,0 litraa rikkihappoa ($0,100 \text{ mol/dm}^3$), joka neutraloitiin lisäämällä säiliöön kiinteää kalsiumkarbonaattia. Tällöin liuos kuohui voimakkaasti ja kun kuohuminen päättyi, niin altaan pohjalle oli saostunut vaaleaa sakkaa. Kirjoita tapahtumalle reaktioyhtälö. Kuinka paljon kalsiumkarbonaattia tarvittiin rikkihapon neutraloimiseen? Kuinka paljon reaktiossa muodostui hiilidioksidia olettaen, että paine ja lämpötila ($1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa}$ ja $293,15 \text{ K}$) vastaavat normaaliolosuhteita ja että hiilidioksidi käyttäytyy ideaalikaasun tavoin? Mitä vaalea sakka oli?

$$M(\text{CaCO}_3) = 100,1 \text{ g/mol}$$

$$\text{Ideaalikaasun moolitilavuus } V_m = 24 \text{ l/mol}$$

Vastaus:



Sakka on kalsiumsulfaattia CaSO_4 . (1p)

$$n(\text{CO}_2) = n(\text{CaCO}_3) = n(\text{H}_2\text{SO}_4) = 50 \text{ l} \times 0,1 \text{ mol/l} = 5 \text{ mol} ; m(\text{CaCO}_3) = 100,1 \text{ g/mol} \times 5 \text{ mol} = 500 \text{ g} \quad (2\text{p})$$

$$V(\text{CO}_2) = nRT/p = 5 \text{ mol} \times 24 \text{ l/mol} = 120 \text{ l} \quad (2\text{p})$$

b) Pienen Tietosanakirjan (Otava, 1925) mukaan ”Kippin aparaatti” on ”laboratorioissa käytetty koje sellaisten kaasujen (vedyn, rikkivedyn, hiilidioksidin) valmistamiseksi, jotka syntyvät hapon vaikuttaessa kiinteään aineeseen (metalliin, sulfidiin, karbonaattiin).” Tässä ”aparaatissa” jokin kiinteä aine reagoi esimerkiksi rikkihapon kanssa ja reaktiossa muodostuva kaasumainen tuote voidaan kerätä toiseen astiaan. Mitä kaasuja syntyy, jos alla olevat kiinteät aineet reagoivat rikkihapon kanssa?

- a) Mg
- b) FeS
- c) NH_4Cl
- d) KCN

Vastaus:

a) H_2 (1p)

b) H_2S (1p)

c) HCl (1p)

d) HCN (1p)