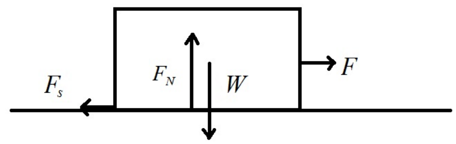
Fysiikan valintakoe 10.6.2014, vastaukset tehtäviin 1-2

1. (a) W on laatikon paino, F laatikkoon kohdistuva vetävä voima, F_N on pinnan tukivoima ja F_s lepokitka.



Kuva 1: Laatikkoon kohdistuvat voimat, kun laatikko on levossa.

(b) Laatikko on tasapainossa pystysuunnassa, joten Newtonin I lain mukaan pinnan tukivoima F_N on yhtäsuuri kuin laatikon paino $W = mg$ (m on laatikon massa ja g gravitaatiosta aiheutuva putoamiskiihtyvyys) Kun laatikkoon kohdistuu voima, joka yrittää saada laatikon liikkeelle, "herää"lepokitka vastustamaan liikkeelle lähtöä. Lepokitkan maksimiarvo saadaan laskettua

$$F_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s W = 0.40 \cdot 40.0\text{N} = 16.0\text{N}$$

Jotta kappale lähtee liikkeelle, on voiman oltava suurempi kuin 16 N.

(c) Koska vetävä voima on 18 N on suurempi kuin 16 N, on laatikko liikkeessä, jolloin siihen vaikuttaa liikekitka F_k. Valitaan voiman $\overline{F}$ suunta positiiviseksi suunnaksi. Laatikkoon kohdistuva kokonaisvoima on

$$F_{tot} = F - F_k = F - \mu_k F_N = 18.0\text{N} - 0.20 \cdot 40.0\text{N} = 10\text{N}$$

Newtonin II lain mukaan kappaleen kiihtyvyydeksi saadaan

$$a = \frac{F_{tot}}{m} = \frac{F_{tot}}{W} g = \frac{10\text{N}}{40.0\text{N}} \cdot 9.81\text{m/s}^2 = 2.4525\text{m/s}^2 \approx 2.5\text{m/s}^2$$

(d) Merkitään alempaa laatikkoa B:lla ja ylempää laatikkoa A:lla. Kun kappale A pysyy levossa suhteessa kappaleeseen B, muodostavat ne systeemin, jonka yhteispaino on $W_A + W_B$. Koska systeemi on tasapainossa pystysuunnassa, on systeemiin kohdistuva pinnan tukivoima yhtä suuri kuin systeemin yhteispaino. Lepokitkan maksimiarvo laatikon B ja pinnan välillä on

$$F_{s,max} = \mu_s \cdot (W_A + W_B) = 0.40 \cdot (40.0\text{N} + 20.0\text{N}) = 24.0\text{N}$$

Kun voima $F = 25.0$ N, lähtee systeemi siis liikkeelle. Laatikon A kiihtyvyyden saa aikaan laatikoiden välinen lepokitka F_s. Koska laatikko A liikkuu samalla kiihtyvyydella a kuin laatikko B, voidaan sen liikeyhtälö kirjoittaa

$$F_s = m_A a = \frac{W_A}{g} \cdot a$$

Newtonin III lain mukaisesti laatikko B kokee yhtä suuren mutta vastakkaissuuntaisen kitkavoiman $-F_s$. Lisäksi siihen kohdistuu laatikon ja pinnan välinen liikekitka $F_k = \mu_k \cdot (W_A + W_B) = 0.20 \cdot (20.0\text{N} + 40.0\text{N}) = 12.0\text{N}$. Laatikon B liikeyhtälöksi saadaan siis

$$F - F_k - F_s = m_B \cdot a = \frac{W_B}{g} \cdot a$$

Kiihtyvyydeksi saadaan näin

$$a = \frac{F - F_k - F_s}{W_B} \cdot g$$

Sijoittamalla tämä laatikon A liikeyhtälöön saamme

$$F_s = \frac{W_A}{W_B}(F - F_k - F_s) \iff F_s(1 + \frac{W_A}{W_B}) = \frac{W_A}{W_B}(F - F_k)$$

josta edelleen

$$F_s = \frac{W_A}{W_A + W_B}(F - F_k) = \frac{20.0\text{N}}{20.0\text{N} + 40.0\text{N}}(25.0\text{N} - 12.0\text{N}) \approx 4.3\text{N}$$

2. Tehtävän annossa oli virhe. Jos kaltevan tason pituus $L = 1.0\text{m}$ ja korkeus $h = 0.7\text{m}$, niin kaltevuuskulmaksi tulee $\theta \approx 44.43°$. Vastaus hyväksytään, jos kaltevuuskulmana on käytetty tehtävän annossa ollutta $\theta = 35°$. Jos kaltevan tason korkeus h=0.7m ja kaltevuuskulma $\theta = 35°$, niin kaltevan tason pituudeksi saadaan $L = 1.22\text{m}$.

   Ainut vaikuttava voima kaltevan tason suunnassa on gravitaation tason suuntainen komponentti $mg\sin\theta$, joten kiekko liukuu pitkin tasoa vakio kiihtyvyydellä $a = g\sin\theta$. Kiekko lähtee levosta, joten sen kulkemalle matkalle pätee $l = \frac{1}{2}at^2$, missä t on matkaan l kulunut aika. Ajaksi saadaan siis

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}}$$

   Ajassa t kiekko on kiihtynyt vauhtiin $v = at$. Sijoittamalla tähän edellä saatu ajan lauseke saadaan

$$v = \sqrt{\frac{a^2 2l}{a}} = \sqrt{2al} = \sqrt{2 \cdot 9.81\text{m/s}^2 \cdot \sin\theta \cdot 1.0\text{m}} = \begin{cases} 3.4\text{m/s} & \text{, jos } \theta = 35° \\ 3.7\text{m/s} & \text{, jos } \theta = 44.43° \end{cases}$$

(b) Kun kiekko kierii pitkin kaltevaa tasoa, muuttuu sen gravitaatiopotentiaalienergia. Merkitään muutosta korkeudessa Δh:lla. Koska ilmanvastusta ei huomioida, mekaaninen energia säilyy. Kiekko lähtee levosta, jolloin sen liike-energia on nolla. Lopussa liike-energia koostuu kiekon massakeskipisteen etenevän liikkeen liike-energiasta ja pyörivän liikkeen liike-energiasta. Voidaan siis kirjoittaa

$$mg\Delta h = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad ,$$

missä v on massakeskipisteen etenemisnopeus, I on kiekon hitausmomentti kun se pyörii massakeskipisteensä kautta kulkevan akselin ympäri ja ω on kiekon kulmavauhti. Koska kiekko kierii pätee $v = r\omega$, missä r on kiekon säde. Mekaanisen energian säilymislaki voidaan kirjoittaa

$$mg\Delta h = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2} \iff g\Delta h = \frac{3}{4}v^2$$

Kun kiekko on kierinyt matkan $l = 1.0\text{m}$, on sen korkeudessa tapahtunut muutos $\Delta h = \sin\theta \cdot l$. Etenemisnopeus on

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} g \Delta h} = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot 9.81\text{m/s}^2 \cdot \sin\theta \cdot 1.0\text{m}} \approx \begin{cases} 2.7\text{m/s} & \text{, jos } \theta = 35° \\ 3.0\text{m/s} & \text{, jos } \theta = 44.43° \end{cases}$$

(c) Kitkavoima F_μ kiekon ja tason välillä saa aikaan kiekon pyörimisen keskipisteensä ympäri. Pyörivän liikkeen liikeyhtälöstä saamme

$$F_\mu \cdot r = I\alpha$$

missä α on kiekon kulmakiihtyvyys. Koska kiekko vierii, on kiekon massakeskipisteen kiihtyvyyden a ja kulmakiihtyvyyden välillä yhteys $a = r\alpha$. Pyörivän liikkeen liikeyhtälö saadaan muotoon

$$F_\mu r = \frac{1}{2} m r^2 \frac{a}{r} \iff F_\mu = \frac{1}{2} m a \iff a = \frac{2F_\mu}{m}$$

Kiekon keskipisteen etenevään liikkeeseen vaikuttavat gravitaatiovoiman tason suuntainen komponentti sekä kitkavoima F_μ. Etenevän liikkeen liikeyhtälöksi saadaan

$$mg\sin\theta - F_\mu = ma$$

Sijoittamalla etenevän liikkeen liikeyhtälöön pyörivän liikkeen liikeyhtälöstä ratkaistu massakeskipisteen kiihtyvyys saadaan

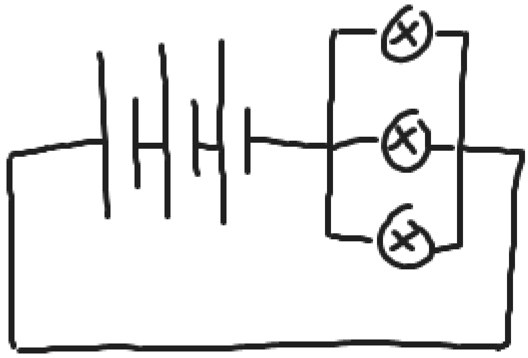
$$mg\sin\theta - F_\mu = m\frac{2F_\mu}{m} \iff F_\mu = \frac{1}{3} mg\sin\theta = \frac{1}{3} \cdot 0.16\text{kg} \cdot 9.81\text{m/s}^2 \cdot \sin\theta \approx \begin{cases} 0.30\text{N} & \text{, jos } \theta = 35° \\ 0.37\text{N} & \text{, jos } \theta = 44.43° \end{cases}$$

Fysiikan valintakoe 10.6.2014

Vastaukset tehtäviin 3-6

3.

a) Paristot kytketään **sajaan** ja lamput **rinnan**. **(2p)**



b) Paristot on kytketty sarjaan. Tällöin piirin EMF on:

U = 3×1,5 V = **4,5 V**

Rinnankkain kytkettyjen lamppujen kokonaisresistanssi:

$$R = \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)^{-1} = \boldsymbol{\frac{4}{3}\Omega}$$

Vastaavasti piirin teho on:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{4{,}5^2}{\frac{4}{3}} W \approx \underline{\mathbf{15W}}$$ **(1p)**

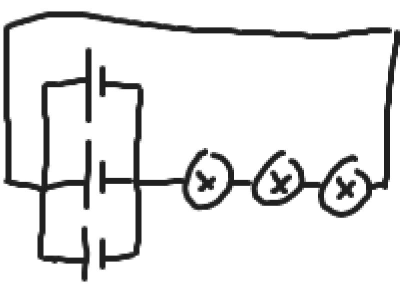
Yhteensä paristojen energia on:

$$E = 3 \times UIt = 3 \times (1{,}5V \cdot 2300 \cdot 10^{-3}A \cdot 3600s) = \boldsymbol{37260J}$$

Edellä lasketulla 15 W:n teholla lamput kuluttavat paristojen energian ajassa:

$$P = \frac{E}{t} \leftrightarrow t = \frac{E}{P} = \frac{37260}{15} s \approx \boldsymbol{2484s} \text{ eli } \underline{\mathbf{41\ min}}$$ **(2p)**

c) Lamput kytketään sarjaan ja paristot rinnan. **(1p)**



Piirin rinnankytkettyjen paristojen emf on sama kuin kunkin pariston: U= **1,5 V**

Ja sarjaan kytkettyjen lamppujen kokonaisresistanssi on summa yksittäisistä: R = 3×4Ω=**12Ω**

Piirin teho:

$P = \frac{V^2}{R}$ ⇨ P=(1,5^2/12) W=0,1875W≈**0,2W** **(2p)**

Paristojen energia on sama kuin edellä, eli 37260J. Tällöin paloaika on:

$P = \frac{E}{t} \leftrightarrow t = \frac{E}{P}$ ⇨ t = (37260/0,2) s = **186300 s** eli **52h** **(2p)**

4.

a) Snellin laista $\sin\theta_2 = ({}^{1}/_{1.3})\sin 0.698 \implies \theta_2 = 29.7°$

b) Yhdensuuntaisen kolmion avulla säteen osumapisteen etäisyys l kuidun päästä on $l = d/\tan\theta_2 = 3.51 \cdot 10^{-5}$m. Heijastumisten lukumäärä on siten $\frac{L}{l} = \frac{2m}{3.51 \cdot 10^{-5}m} = 57\,000$ kappaletta.

c) kokonaisheijastuksen rajakulma $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{1.3}\right) = 50.3°$. Kulma $\theta_2$saa siten enintään olla $90° - 50.3° = 39.7°$.

5.

a) Reaktio ${}^{A}_{Z}X \rightarrow Y_1$ on beeta(-) – hajoaminen,
reaktio ${}^{A}_{Z}X \rightarrow Y_2$ on beeta(+) – hajoaminen (tai elektronikaappaus)
reaktio ${}^{A}_{Z}X \rightarrow Y_3$ on alfahajoaminen

b) Reaktioyhtälöt
beeta(-) – hajoaminen: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e + {}_{0}^{0}\overline{\nu}$
beeta(+) – hajoaminen: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{+1}^{0}e + {}_{0}^{0}\nu$
(elektronikaappaus: ${}^{A}_{Z}X_N + {}_{-1}^{0}e \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y_{N+1} + \nu$)
alfa-hajoaminen: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_{2}^{4}\text{He}$

c) Reaktioenergia

$$Q = \left(m_{X-ydin} - m_{Y-ydin} - m_\alpha\right)c^2 = (209.982873 - 205.974465 - 4.002602)\text{u} \cdot 931.49\,\frac{\text{MeV}}{\text{u}}$$
$$\approx 5.408\text{ MeV}$$

6.

a) Sulaminen alkaa: 300 s
Sulaminen loppuu: 5000 s
Kiehuminen alkaa: 11 000 s (2 p)

b) $c_p = \frac{Q}{m \cdot \Delta t} = \frac{70\ W \cdot 300\ s}{1{,}00\ kg \cdot 10{,}0\ K} = 2{,}10\ \frac{kJ}{kg\ K}$ (2 p)

c) $s = \frac{Q}{m} = \frac{70\ W \cdot 4700\ s}{1{,}00\ kg} = 329\ \frac{kJ}{kg}$ (2 p)

d) $c_p = \frac{Q}{m \cdot \Delta t} = \frac{70\ W \cdot 6000\ s}{1{,}00\ kg \cdot 100\ K} = 4{,}20\ \frac{kJ}{kg\ K}$ (2 p)

e) $t = \frac{s \cdot m}{P} = \frac{2{,}26 \cdot 10^6 \frac{J}{kg} \cdot 1{,}00\ kg}{70\ W} = 32300\ s = 8\ h\ 58\ min$ (2 p)

Kiehuminen kestää n. 9 tuntia, jolloin kokeen alusta on kulunut 722 min eli n. 12 tuntia.