Matematiikan, fysiikan ja kemian valintakoe

Turun yliopisto
18.5.2022

Matematiikan tehtävät

Tehtävä M1 (10p) Tämän tehtävän funktioiden tulee olla määritelty kaikilla reaaliluvuilla. Muista perustella kaikki vastauksesi.

(a) Anna esimerkki toisen asteen polynomista, jolla ei ole nollakohtia. (2p)

(b) Anna esimerkki funktiosta, jonka kuvaaja kulkee pisteiden $(1, 2)$ ja $(3, -2)$ kautta. (2p)

(c) Anna esimerkki funktiosta, jonka derivaattafunktio on $g(x) = 3x - 1$. (3p)

(d) Anna esimerkki funktiosta, jolla on äärettömän monta nollakohtaa, mutta joka ei ole vakiofunktio. (3p)

Ratkaisu. Pisteytys: kaikissa kohdissa kelpo esimerkistä saa 1p, perusteluista 1p tai 2p.

(a) Esimerkiksi $f(x) = x^2 + 1$. Perustelu: aste on 2, koska suurimman asteen termi on x^2; $x^2 \geq 0$ aina, jolloin $x^2 + 1 \geq 1$. Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava on myös hyvä perustelu.

(b) Esimerkiksi $f(x) = 4-2x$. Tällä $f(1) = 4-2\cdot1 = 2$ ja $f(3) = 4-2\cdot3 = -2$, joten kuvaaja kulkee haluttujen pisteiden kautta.

(c) Esimerkiksi $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - x$. Sen derivaatta on $f'(x) = \frac{3}{2} \cdot 2x - 1 = 3x - 1$. Funktion voi löytää integroimalla: $\int 3x-1\,\mathrm{d}x = 3\cdot\frac{x^2}{2} - x + C = \frac{3}{2}x^2 - x + C$ jollain vakiolla C, ja valitaan vaikka $C = 0$.

(d) Esimerkiksi $f(x) = \sin(x)$. Koska $\sin(0) = 0$, $\sin(\pi) = 0$, $\sin(2\pi) = 0$, ja yleisemminkin $\sin(n\pi) = 0$ kaikilla kokonaisluvuilla n, niin funktiolla on äärettömän monta nollakohtaa. Se ei ole vakiofunktio, koska $\sin(\pi/2) = 1$. Myös paloittain määritelty funktio, kuten

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{jos } x \geq 0, \\ 0, & \text{jos } x < 0 \end{cases}$$

on hyväksyttävä vastaus, samoin $f(x) = |x| - x$.

Tehtävä M2 (10p) Tämä tehtävä liittyy todennäköisyyslaskentaan.

(a) Mitä tarkoittaa ehdollinen todennäköisyys $P(A|B)$ ja miten se lasketaan? (3p)

(b) Anna esimerkki tapahtumista A, B ja C, joilla $P(A|B) < P(A) = P(A|C)$. Perustele vastauksesi. (3p)

(c) Pussissa on kolme painotettua kolikkoa. Yhdellä kolikolla kruunan todennäköisyys on $3/4$, ja kahdella muulla se on $1/4$. Poimit pussista sattumanvaraisen kolikon ja heität sitä. Millä todennäköisyydellä tulos on kruuna? Perustele vastauksesi. (4p)

Ratkaisu.

(a) Ehdollinen todennäköisyys $P(A|B)$ tarkoittaa todennäköisyyttä, että A on totta, jos tiedetään jo, että B on totta. (2p) Se lasketaan kaavalla

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \tag{E}$$

missä $P(A \cap B)$ on todennäköisyys, että A ja B ovat molemmat totta. (1p)

(b) Kelpo esimerkki 1p, perustelut 2p. Esimerkiksi: Heitetään noppaa, A on "tulos on pariton", B on "tulos on 2", C on "tulos on 1 tai 2". Silloin $P(A|B) = 0$ ja $P(A) = P(A|C) = 1/2$. Myös arkisempi esimerkki kelpaa, kuten A = "ehdin ajoissa luennolle", B = "myöhästyn bussista" ja C = "Tokiossa sataa". Silloin pitää vähän perustella syy-seuraussuhteita ja selittää, miksi C ei vaikuta A:n todennäköisyyteen.

(c) Merkitään tapahtumia A_1 = "poimittiin 3/4-kolikko", A_2 = "poimittiin 1/4-kolikko" ja B = "heitettiin kruuna". Todennäköisyys $P(B)$ voidaan laskea kaavalla $P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2)$, koska jompikumpi tapahtumista A_1 ja A_2 on tosi. (2p) Kruunan todennäköisyydet $P(B|A_1) = 3/4$ ja $P(B|A_2) = 1/4$ on kerrottu tehtävänannossa. Koska 3/4-kolikkoja on yksi ja 1/4-kolikkoja kaksi, ja kolikko poimitaan sattumanvaraisesti, niin $P(A_1) = 1/3$ ja $P(A_2) = 2/3$. (1p) Sijoittamalla nämä kaavaan saadaan laskettua

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{3}{12} + \frac{2}{12} \\ &= \frac{5}{12}. \qquad \text{(1p)} \end{aligned}$$

Tehtävä M3 (10p) Ratkaise seuraavat epäyhtälöt.

(a) $x^2 \geq 4x + 5$. (3p)

(a) $|2x - 5| < 3$. (3p)

(b) $(2x + 1)/(x - 3) \leq 1$. (4p)

Ratkaisu.

(a) Siirretään kaikki termit vasemmalle:

$$\begin{aligned} & x^2 \geq 4x + 5 \\ \iff\ & x^2 - 4x - 5 \geq 0 \end{aligned}$$

Selvitetään, milloin $x^2 - 4x - 5 = 0$. Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava:

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2} = 2 \pm 3 = \begin{cases} -1 \\ 5 \end{cases} \qquad \text{(1p)}$$

Funktion $f(x) = x^2 - 4x - 5$ kuvaaja on ylöspäin aukeava paraabeli, koska x^2-termin kerroin on positiivinen. (1p) Siispä sen arvo on ≥ 0 kun x ei ole nollakohtien välissä, eli kun $x \leq -1$ tai $x \geq 5$. (1p)

(b) Itseisarvoepäyhtälö $|a| < b$, missä $b \geq 0$, toteutuu täsmälleen silloin kun $-b < a < b$. (1p) Lasketaan siis:

$$\begin{aligned} & |2x - 5| < 3 & & \\ \iff\ & -3 < 2x - 5 < 3 & & \| + 5 \\ \iff\ & 2 < 2x < 8 & & \| \cdot \frac{1}{2} \\ \iff\ & 1 < x < 4. & & \text{(2p)} \end{aligned}$$

(c) Jos $x = 3$, niin epäyhtälö ei päde, koska vasen puoli ei ole määritelty. (1p) Käsitellään tilanne $x > 3$:

$$\begin{aligned} & (2x + 1)/(x - 3) \leq 1 & & \| \cdot (x - 3),\ \text{suunta säilyy} \\ & 2x + 1 \leq x - 3 & & \| - x - 1 \\ & x \leq -4. & & \text{(1p)} \end{aligned}$$

Tästä ei saada yhtään ratkaisuja, koska oletettiin $x > 3$. (1p)

Käsitellään tilanne $x < 3$:

$$\begin{aligned} & (2x + 1)/(x - 3) \leq 1 & & \| \cdot (x - 3),\ \text{suunta kääntyy} \\ & 2x + 1 \geq x - 3 & & \| - x - 1 \\ & x \geq -4. & & \end{aligned}$$

Tästä saadaan ratkaisut $-4 \leq x < 3$. (1p) Vastaus on siis $-4 \leq x < 3$.

Tehtävä M4 (10p) Tarkastellaan kokonaislukuja $n, k \geq 1$, joilla pätee

$$n + (n + 1) + (n + 2) + \cdots + (n + k) = 104. \qquad \text{(A)}$$

(a) Osoita, että luvut toteuttavat yhtälön $(k + 1)(2n + k) = 208$. (3p)

(b) Jaa luku 208 alkutekijöihinsä. (3p)

(c) Etsi a- ja b-kohtien avulla kaikki kokonaisluvut $n, k \geq 1$, jotka toteuttavat yhtälön (A). (4p)

Ratkaisu.

(a) Käännetään summan järjestys päinvastaiseksi ja lisätään se puolittain alkuperäiseen yhtälöön (2p):

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 & n & + & (n+1) & + & (n+2) & + & \cdots & + & (n+k) & = 104 \\
+ & (n+k) & + & (n+k-1) & + & (n+k-2) & + & \cdots & + & n & = 104 \\
\hline
= & (2n+k) & + & (2n+k) & + & (2n+k) & + & \cdots & + & (2n+k) & = 208
\end{array}$$

Tässä on $k+1$ kappaletta $(2n+k)$-termejä, joten saadaan $(k+1)(2n+k) = 200$. (1p)

(b) Alkutekijöihin jakaminen tarkoittaa, että esitetään 208 alkulukujen tulona. (1p) Jaetaan luvusta alkutekijöitä pois:

$$208 = 2 \cdot 104 = 2 \cdot 2 \cdot 52 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 26 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13. \text{ (1p)}$$

Koska 2 ja 13 ovat alkulukuja (eli niitä ei voi esittää pienempien kokonaislukujen tulona), tässä ovat luvun 208 alkutekijät. (1p)

(c) a-kohdan mukaan $(k + 1)(2n + k) = 208$. Luvun $208 = 2^4 \cdot 13$ alkutekijät jakautuvat lukujen $k + 1$ ja $2n + k$ kesken. (1p) Huomataan, että niistä aina toinen on pariton ja toinen parillinen. Parilisella luvulla täytyy silloin olla alkutekijöistä kaikki 2:t. (1p)

Tutkitaan eri vaihtoehdot.

- Jos $k + 1 = 2^4 = 16$, niin $2n + k = 13$, ja tästä saadaan $k = 15$ ja $n = (13 - 15)/2 = -1$, mikä ei käy, koska oletettiin $n \geq 1$.
- Jos $k + 1 = 2^4 \cdot 13 = 208$, niin $2n + k = 1$, ja tästä saadaan $k = 207$ ja $n = (1 - 207)/2 = -103$, mikä ei käy, koska oletettiin $n \geq 1$. (1p)
- Jos $k + 1 = 1$, niin $2n + k = 2^4 \cdot 13 = 208$. Tällöin $k = 0$, mikä ei käy, koska oletettiin $k \geq 1$.
- Jos $k + 1 = 13$, niin $2n + k = 2^4 = 16$, ja tästä saadaan $k = 12$ ja $n = (16 - 12)/2 = 2$. (1p)

Siispä ainoa ratkaisu on $n = 2$, $k = 12$.

Valintakoe MAFYKE 2022: Fysiikan osuus

F.1. (10 p) Tämä tehtävä koostuu viidestä monivalintakysymyksestä. Valitse jokaiseen kysymykseen mielestäsi oikea vastaus. Perusteluja ei tarvitse antaa. Kukin oikea vastaus on 2 p arvoinen ja väärä vastaus 0 p.

1.1 Kaksi vastusta, joiden resistanssit ovat 1 kΩ ja 2 kΩ, kytketään *rinnan* ja yhdistetään 9 V paristoon. Mikä seuraavista on totta?

(a) 1 kΩ vastuksessa kuluu suurempi teho kuin 2 kΩ vastuksessa.
(b) 2 kΩ vastuksessa kuluu suurempi teho kuin 1 kΩ vastuksessa.
(c) Kummassakin vastuksessa kuluu yhtä suuri teho, joka ei ole nolla.
(d) Kummassakin vastuksessa teho on nolla.
(e) Vastaus riippuu siitä, kummin päin vastukset rinnankytkennässä ovat.

1.2 Kaksi vastusta, joiden resistanssit ovat 1 kΩ ja 2 kΩ, kytketään *sarjaan* ja yhdistetään 9 V paristoon. Mikä seuraavista on totta?

(a) 1 kΩ vastuksessa kuluu suurempi teho kuin 2 kΩ vastuksessa.
(b) 2 kΩ vastuksessa kuluu suurempi teho kuin 1 kΩ vastuksessa.
(c) Kummassakin vastuksessa kuluu yhtä suuri teho, joka ei ole nolla.
(d) Kummassakin vastuksessa teho on nolla.
(e) Vastaus riippuu siitä, kummin päin vastukset sarjaankytkennässä ovat.

1.3 Levykondensaattori koostuu kahdesta samanlaisesta, vierekkäisestä levystä. Levyt yhdistetään 9 V pariston napoihin, jolloin kondensaattori varautuu. Sitten levyjen välinen etäisyys puolitetaan pitäen ne koko ajan kytkettynä paristoon. Miten kondensaattorin varaus muuttuu, kun levyjä siirretään?

(a) Varaus pienenee.
(b) Varaus kasvaa.
(c) Varaus ei muutu.
(d) Varauksen etumerkki vaihtuu.
(e) Vastaus riippuu levyjen pinta-alasta.

1.4 Levykondensaattorin yhdellä levyllä on 100 nC ja toisella -100 nC varaus. Millainen sähkökenttä levyjen välissä on?

(a) Kenttä on voimakkain lähellä positiivisesti varautunutta levyä.
(b) Kenttä on voimakkain lähellä negatiivisesti varautunutta levyä.
(c) Kenttä on voimakkain täsmälleen levyjen välisen aukon puolivälissä.
(d) Kenttä on likimain yhtä voimakas kaikkialla levyjen välissä.
(e) Levyjen välissä ei ole kenttää.

1.5 Koordinaatiston x-akselilla pisteissä $x = 0$ m ja $x = 2$ m on kummassakin paikoillaan 1 nC pistevaraus. Systeemiin tuodaan vielä kolmas 1 nC pistevaraus, ja tähän varaukseen kohdistuva sähköinen voima F mitataan, kun tämä kolmas varaus on pisteissä A: $x = 1$ m, B: $x = 3$ m ja C: $x = 5$ m. Mikä on näiden voimien suuruusjärjestys?

(a) $F_A > F_B > F_C$
(b) $F_A = F_B > F_C$
(c) $F_B > F_A > F_C$
(d) $F_B > F_C > F_A$
(e) $F_C > F_B > F_A$

Ratkaisu: 1.1 (a). (2 p)
Rinnan kytketyissä vastuksissa on sama jännite U. Vastus kuluttaa sen läpi virtaavan sähkövarauksen potentiaalienergiaa lämpöenergiaksi teholla $P = UI = U^2/R$, joten teho on pieni, kun resistanssi on suuri.

1.2 (b) (2 p)
Sarjaan kytketyissä vastuksissa on sama virta I. Vastus kuluttaa sen läpi virtaavan sähkövarauksen potentiaalienergiaa lämpöenergiaksi teholla $P = UI = RI^2$, joten teho on suuri, kun resistanssi on suuri.

1.3 (b) (2 p)
Paristo pitää kondensaattorin jännitteen vakiona, 9 V. Kondensaattorin kapasitanssi puolestaan kasvaa, kun levyt tuodaan lähemmäs toisiaan. Niinpä se pystyy varastoimaan enemmän varausta.

1.4 (d) (2 p)
Kondensaattori luo levyjensä välille likimain homogeenisen kentän. Muualla kuin levyjen välissä kenttä on likimain nolla.

1.5 (d) (2 p)
Pistevaraukset hylkivät toisiaan, koska niillä on positiivinen varaus kaikilla. Pisteessä A ensimmäiset kaksi varausta työntävät kolmatta varausta vastakkaisiin suuntiin yhtä voimakkaasti, joten $F_A = 0$ N. Pisteissä B ja C ensimmäiset kaksi varausta kumpikin työntävät kolmatta samaan suuntaan. Piste B on lähempänä varauksia, joten niissä hylkivä voima on suurempi. Siis $F_B > F_C > F_A$.

F.2. (10 p) Esittele koejärjestely, jolla voidaan mitata laservalon aallonpituus.

- Selitä täsmällisesti, miten koe toteutetaan ja mitä suureita täytyy mitata tai muuten tuntea.
- Johda perustellen matemaattinen lauseke, jolla aallonpituus voidaan laskea.
- Arvioi, kuinka tarkka tulos valitsemallasi menetelmällä on mahdollista saada.
- Piirrä tarvittaessa kuvia selityksesti tueksi.

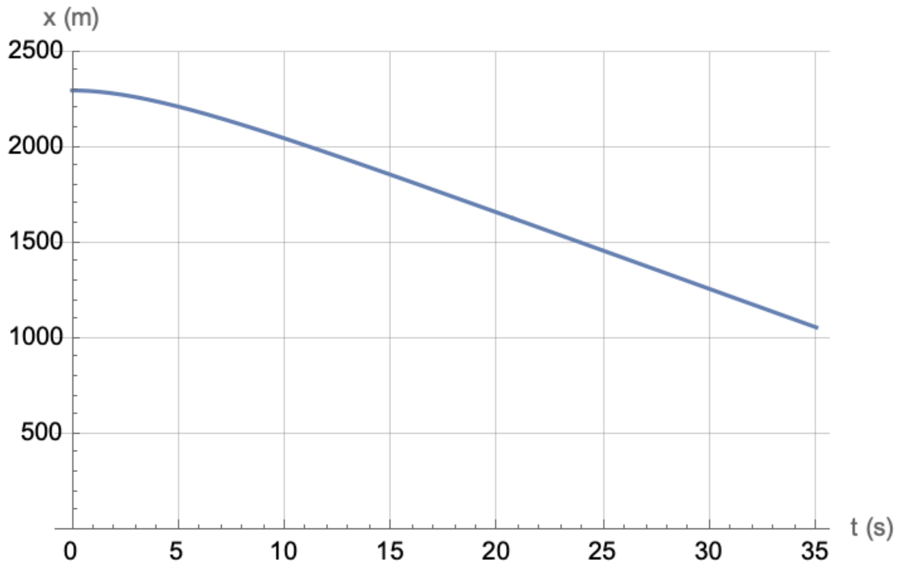
Ratkaisu:

- Kokeen nimeäminen tai perusperiaatteen ilmoittaminen. (toimiva koe: 1p)
- Koejärjestelyn kuvaaminen. (toimiva koe: 2p)
- Suureiden nimeäminen. (kaikki oikeat, ei ylimääräisiä: 1p)
- Oikea matemaattinen lauseke. (1p)
- Matemaattisen lausekkeen johtaminen. (oikea idea: 1p, koko johto yhteensä max 3p)
- Tuloksen tarkkuuden arviointi. (järkevä tarkkuus: 1p, oikea perustelu: 1p, yhteensä max 2p)

Esimerkki:

- Mittaus diffraktiohilalla. (1p)
- Laserin annetaan kulkea suoraan hilan läpi, jolloin hilan takana havaitaan varjostimella monta erillistä intensiteettimaksimia. (2p)
- Tunnettava hilan hilavakio (rakojen välinen etäisyys, d). Mitataan kulmat θ_n, joissa maksimit havaitaan. (1p)
- Aallonpituus saadaan laskettua hilayhtälöstä $n\lambda = d \sin \theta_n$, missä n on intensiteettimaksimin kertaluku (monesko maksimi keskeltä). Yksinkertaisimmillaan voidaan valita ensimmäinen sivumaksimi $n = 1$, jolloin $\lambda = d \sin \theta_1$. Tarkempi mittaus käyttäisi useita maksimeja. (1p)
- Johdetaan hilayhtälö: intensiteettimaksimit havaitaan kulmissa, joissa vierekkäisistä raoista kulkeneiden aaltojen kulkemien matkojen ero on aallonpituus tai sen monikerta, $s = n\lambda$. (1p)
- Kulmaan θ kulkevien aaltojen matkaero saadaan trigonometrialla, $s = d \sin \theta$. (1p)
- Siispä maksimeille $d \sin \theta = n\lambda$. (1p)
- Jos varjostin on kaukana hilasta, kulma θ voidaan mitata hyvin tarkasti, selvästi alle 1 asteen tarkkuudella. Aallonpituus saadaan siis käytännössä mitattua sillä tarkkuudella, jolla hilavakio tunnetaan. Lisäksi jos käytetään muitakin maksimeja kuin $n = 1$, tarkkuutta saadaan parannettua entisestään. (1p)
- Laadukkaassa hilassa hilavakio voidaan tuntea nanometrien tarkkuudella, joten myös aallonpituus saadaan mitattua nanometrien tarkkuudella. (1p)

F.3. (10 p)



Oheisessa kuvaajassa on laskuvarjohyppääjän korkeus maanpinnasta mitattuna ajan funktiona ennen laskuvarjon aukaisemista. Hyppääjän massa on 90 kg.

(a) Mikä on hyppääjän nopeus, kun hän on 1500 m korkeudella?
(b) Kuinka suuri ilmanvastusvoima häneen silloin kohdistuu?
(c) Hahmottele kuvaaja hyppääjän pystysuuntaisesta nopeudesta ajan funktiona (35 sekuntiin asti).

Ratkaisu: (a) Luetaan kuvaajasta:

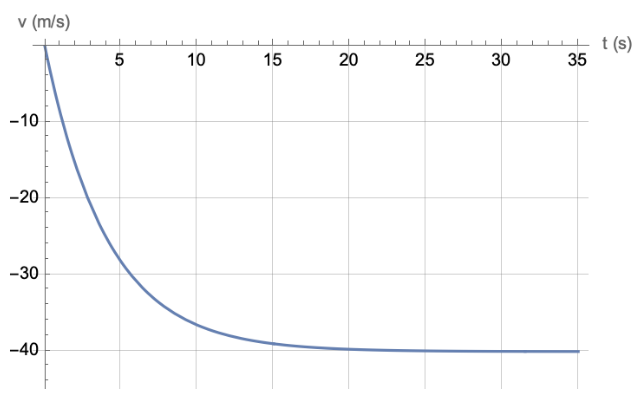
- Nopeus saadaan paikan kuvaajasta kulmakertoimena. (1p)
- Perustelu laskulle. Esim. kun $t = 15$ s, $x \approx 1850$ m ja kun $t = 35$ s, $x \approx 1050$ m. Siispä $v \approx 800$ m/20 s $= 40$ m/s. (2p)
- Lopputulos välillä 35 m/s $\leq v \leq$ 45 m/s. (1p)

(b) Lasketaan:

- Hyppääjän paikan kulmakerroin on likimain suora, joten nopeus on likimain vakio. (1p)
- Siispä hyppääjään kohdistuva kokonaisvoima on nolla. (1p)
- Hyppääjään kohdistuu painovoima mg alaspäin ja ilmanvastus F ylöspäin. Näiden pitää olla yhtä suuret, jotta kokonaisvoima olisi nolla. Siispä $F = mg = 880$ N (1p)

(c) Kuvaaja piirretty alla. Täsmällistä kuvaajaa on mahdoton piirtää pelkän kuvan perusteella, mutta seuraavat asiat on helposti pääteltävissä:

- Nopeus on aluksi nolla. Hyppääjä lähtee liikkeelle ilman pystysuuntaista alkunopeutta. Tämän näkee myös paikan kuvaajasta, jonka kulmakerroin on aluksi nolla. (1p)
- Nopeuden kuvaaja lähestyy vakiota, koska paikan kuvaaja on suora. (1p)
- Tämä vakio on kohdassa (a) laskettu nopeus. (Etumerkillä ei ole väliä.) (1p)



Kemian valintakoekysymykset

18.5.2022

1.a) Tasapainota reaktioyhtälöt

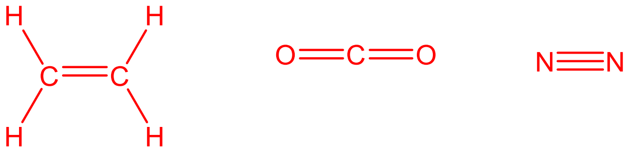
i) $C_2H_4 + \mathbf{3}\ O_2 \rightarrow \mathbf{2}\ CO_2 + \mathbf{2}\ H_2O$ (1 p)

ii) $\mathbf{2}\ Fe + \mathbf{3}\ H_2SO_4 \rightarrow Fe_2(SO_4)_3 + \mathbf{3}\ H_2$ (1 p)

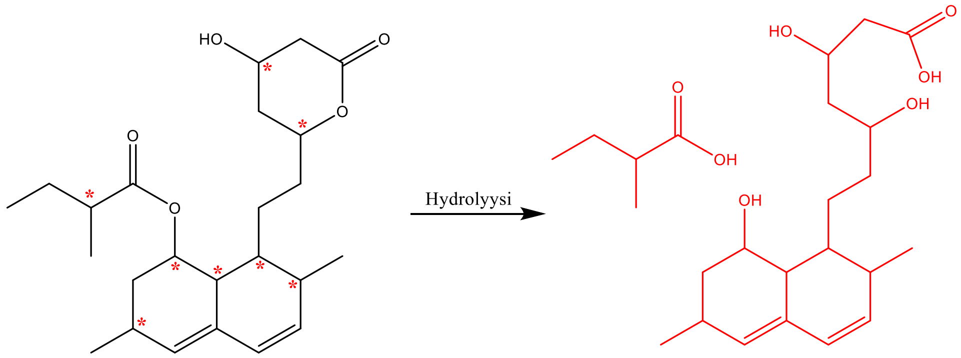
iii) $\mathbf{8}\ NH_3 + \mathbf{3}\ Cl_2 \rightarrow N_2 + \mathbf{6}\ NH_4Cl$ (1 p)

iv) $\mathbf{2}\ Al(OH)_3 + \mathbf{3}\ H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + \mathbf{6}\ H_2O$ (1 p)

b) Mikä edellä esitetystä reaktioista kuvaa palamisreaktiota? Reaktio i) (1 p)
Mikä edellä esitetystä reaktioista kuvaa neutraloitumisreaktiota? Reaktio iv) (1 p)
Mitkä edellä esitettyjen reaktioiden reaktiotuotteista ovat huoneenlämpötilassa kaasuja?
CO_2, H_2 ja N_2 (1 p)
Piirrä rakennekaava reaktiossa mainituille yhdisteille: C_2H_4, CO_2 ja N_2. (3 p)



2. a) Oheisessa kuvassa on esitetty erään kolesterolia alentavan statiinin rakennekaava.
Kopioi rakennekaava vastauspaperiisi ja merkitse siihen kiraaliset eli asymmetriset hiilet.
Merkitty rakenteeseen punaisilla tähdillä. (2 p)
Mitä tuotteita voisi muodostua kuvan statiinin hydrolyysissä? Esitä rakennekaavat. (3 p)



b) Roomalaisen historioitsijan Plinius vanhemman (23 -79 jaa) teoksessa Naturalis historia väitetään, että Egyptin kuningatar Kleopatra VII (69 - 30 eaa) liuotti kerran kalliin helmen viinietikkaan ja joi sen voittaakseen vedonlyönnin.

i) Kirjoita reaktioyhtälö tapahtuneelle reaktiolle. Oletetaan, että helmi koostuu puhtaasta kalsiumkarbonaatista ja viinietikan reagoiva ainesosa on etikkahappo.

$CaCO_3$ + 2 CH_3COOH → $Ca(OOCH_3)_2$ + H_2O + CO_2 (myös $CaCO_3$ + 2 CH_3COOH → $Ca(OOCH_3)_2$ + H_2CO_3 hyväksytään) **1p**

ii) Kuinka paljon tarvitaan etikan vesiliuosta (väkevyys 6,0 paino-%, tiheys 1,0 g/ml), jotta siihen liukenisi 2,0 gramman suuruinen helmi? Kalsiumkarbonaatin moolimassa on 100 g/mol ja etikkahapon moolimassa on 60 g/mol.

$n(CH_3COOH)$ = 2 x $n(CaCO_3)$ = (2x 2 g) / 100 $gmol^{-1}$ = 0,04 mol

$c(CH_3COOH)$ = (60 g/l)/(60 g/mol) = 1 mol/l

$V(CH_3COOH)$ = $n(CH_3COOH)/c(CH_3COOH)$ = 0,04 mol / 1 mol/l = 0,04 l = 40 ml **2p**

iii) Kuinka paljon reaktiossa muodostui hiilidioksidia olettaen, että paine ja lämpötila vastaavat normaaliolosuhteita ja että hiilidioksidi käyttäytyy ideaalikaasun tavoin? Ideaalikaasun moolitilavuus huoneenlämpötilassa on 24 l/mol.

$V(CO_2)$ = $n(CO_2)$ x 24 l/mol = $n(CaCO_3)$ x 24 l/mol = 0,02 mol x 24 l/mol = 0,48 l **2p**

3. Keraamiset materiaalit, *keraamit*, ovat epäorgaanisia, kahden tai useamman alkuaineen yhdisteitä, useimmiten metallioksideja, metallinitridejä tai metallikarbideja. Korkean teknologian keraamit ovat uusia materiaaleja, joissa käytetään raaka-aineena hyvin puhtaita metalliyhdisteitä. Taulukossa on esitetty eräitä keraamien ja metallien tyypillisiä ominaisuuksia.

	muokattavuus	**korroosion-kestävyys**	**tiheys**	**sulamispiste**	**lämmön-johtavuus**
keraamit	huono	hyvä	pieni	erittäin korkea	riippuu materiaalista
metallit	hyvä	huono	suuri	korkea	hyvä

a) Minkälaisia keraamit ja metallit ovat rakenteeltaan? Minkälaisia sidoksia niissä on?

Metalleilla on metallihila, joka on metallikationien ja vapaasti liikkuvien elektronien muodostama rakenne. Keraameissa atomit ovat sitoutuneet kovalenttisilla sidoksilla tai ionit ionisidoksilla. **2 p**

b) Selitä metallien ja keraamien ominaisuuksien eroja niiden rakenteiden perusteella. Käytä esimerkkeinä kolmea ominaisuutta taulukosta. **5 p**

Muokattavuus: Metallit ovat helpommin muokattavissa kuin keraamit. Metallihilan rakenteessa metallikationit ja vapaat elektronit voivat siirtyä rakenteen hajoamatta.

Korroosionkestävyys: Keraamit kestävät paremmin korroosiota. Metallit hapettuvat eli luovuttavat elektroneja.

Tiheys: Metallit ovat tiheämpiä kuin keraamit. Tiheys riippuu hilan rakenteesta. Metallihila on tiiviimpi kuin keraamien rakenne. Keraameissa on myös yleensä kevyempiä alkuaineita, kuten hiiltä, booria tai happea.

Sulamispiste: Keraamien sulamispisteet ovat korkeampia kuin metallien. Sulamispiste riippuu katkeavan sidoksen vahvuudesta.

Lämmönjohtavuus: Metallit johtavat hyvin lämpöä. Metallihilan vapaat elektronit auttavat lämmön johtumisessa.

c) Miksi korkean teknologian keraamit soveltuvat veitsien pinnoitteeksi, keinoniveliin tai avaruussukkulan lämpöeristeisiin? Perustele lyhyesti valintasi kuhunkin käyttötarkoitukseen keraamien ominaisuuksilla. **3p**

Veitsien pinnoitteena: 1) Keraamit ovat kemiallisesti kestäviä. 2) Keraamit kestävät kulutusta. / Keraamien muoto ei muutu.

Keinonivelissä: 1) Käytetyt keraamit ovat bioinerttejä. / Keraamit ovat kemiallisesti kestäviä. 2) Keraamit kestävät kulutusta. / Keraamien muoto ei muutu.

Avaruussukkulan lämpöeristeessä: 1) Keraamit johtavat huonosti lämpöä. 2) Keraamit kestävät korkeaa lämpötilaa sulamatta. 3) Keraamien pieni tiheys on etu avaruussukkulan painon kannalta.